

No de table	Nom :	Ne rien écrire dans cette case	
	Prénoms :	Note/20	Code
	CNE :		
	No Tél. :		
	Epreuve de Mathématiques (durée 1h30min)		

Concours d'accès en première année de l'ENSAO le 24 juillet 2009
 Epreuve de Mathématiques. Durée :1h30. Calculatrice non autorisée.
 Réponse juste vaut +1. Réponse fausse vaut -1. Pas de réponse vaut 0.
 Note finale=(Note sur 10)x2.
 Dans chaque exercice, il y a une seule réponse juste, cocher la bonne.

Exercice 1.

Les nombres a et b sont des réels non nuls. Alors :

- 1) $\forall a \in]0; \infty[$, $\sqrt{a} < a < a^2$.
- 2) Si $0 < a < b \leq 1$ alors $\sqrt{b} - \sqrt{a} < b - a$.
- 3) Si $1 \leq a < b$ alors $\sqrt{b} - \sqrt{a} < b - a$.

Exercice 2.

Les fonctions f et g sont définies par $f(x) = xe^{1-x^2}$ et $g(x) = ax^2 + bx$ et admettent respectivement (C) et (Γ) pour courbes représentatives. On recherche tous les couples (a, b) de réels tels que (C) et (Γ) aient la même tangente au point d'abscisse 1.

- 1) Si (a, b) est une solution alors $a + b = 1$.
- 2) Tout couple (a, b) tel que $2a + b = -1$ est solution.
- 3) Le couple $(1, 0)$ est solution.

Exercice 3.

Soit $f(x) = 2 \cos^2 x - \sin x - 1$. On désigne par (E) l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < 0$.

- 1) $f(x) < 0 \Leftrightarrow \sin x > \frac{1}{2}$.
- 2) $E =]\frac{\pi}{6}, +\infty[$.
- 3) Si $x \in]\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}[$ alors $f(x) \geq 0$.

Exercice 4.

Le plan (P) est muni d'un repère orthonormal (O, i, j) . Soit f une fonction définie et dérivable sur \mathbb{R} dont la courbe représentative (C) est symétrique par rapport au point $A(1, 0)$. Alors :

- 1) $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) = f(2 - x)$.
- 2) $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(1 + x) + f(1 - x) = 0$.
- 3) $\forall x \in \mathbb{R}$, $f'(1 + x) + f'(1 - x) = 0$.

Ne rien écrire dans cette case. Code

--

Ne rien écrire dans cette partie

Exercice 5.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{e^{2x+1}-e}{x}$, (C) sa courbe représentative et g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = e^{2x+1}$.

- 1) La limite en 0 de f est égale à e .
- 2) L'axe des abscisses est asymptote à (C) .
- 3) $\forall x \neq 0, f'(x) = \frac{e}{x^2}[(x-1)e^{2x} + 1]$.

Exercice 6.

Soit l'équation (E) , d'inconnue z , définie par $z^3 = \bar{z}$.

- 1) Si $|\alpha| = 1$ alors α est solution de (E) .
- 2) Si $\theta = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$, alors $\cos \theta - i \sin \theta$ est solution de (E) .
- 3) Les solutions de (E) sont les nombres α tels que $\alpha = 1$ ou $\alpha^4 = 1$.

Exercice 7.

Soit f l'application qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe $z' = \frac{2z+1}{z-1}$.

- 1) L'ensemble des points M tels que z' est réel est l'axe des réels.
- 2) L'ensemble des points M tels que z' est imaginaire pur est contenu dans un cercle
- 3) L'ensemble des points M tels que $|z'| = 2$ est un cercle.

Exercice 8.

On considère l'intégrale $I = \int_1^e \frac{\ln t}{t^2}$.

- 1) $I \leq \frac{1}{e^2} \int_1^e \ln t dt$.
- 2) $I = 1 - \frac{2}{e^3}$.
- 3) $I = -\frac{1}{e} + \int_1^e \frac{dt}{t^2}$.

Exercice 9.

Soit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par $u_0 = 1$ et, $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 3\sqrt{u_n}$.

- 1) La suite (u_n) est décroissante.
- 2) La suite (v_n) définie par $v_n = \ln u_n - \ln 9$ est une suite arithmétique.
- 3) La limite en $+\infty$ de (u_n) est 9.

Exercice 10.

Quatre points M, N, P et Q distincts forment un parallélogramme $MNPQ$ dont les diagonales se coupent en O . Alors :

- 1) $2(MN^2 + MQ^2) = NQ^2 + MP^2$.
- 2) N est le barycentre de $\{(M, 1), (P, 1), (Q, -2)\}$.
- 3) $\vec{OM} - \vec{OQ} + \vec{MN} = \vec{0}$.