

CONCOURS D'ENTREE EN 1^{ère} ANNEE DU CYCLE PREPARATOIRE
24 Juillet 2009
Epreuve de Mathématiques

(Nombre de pages 4 et une fiche réponse à remettre au surveillant, correctement remplie, à la fin de l'épreuve)

CALCULATRICE NON AUTORISEE

| | |
|---|---|
| <p>1) Soit L une liste d'entiers relatifs consécutifs dont le premier terme est -22 et le dernier terme est noté par x. $L = \{-22, \dots, x\}$ Si la somme de tous les éléments de L est égale à 72 alors $x =$</p> | <p>a) -72 b) 25 c) 22</p> |
| <p>2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n e^n}{\pi^{n+1}} =$</p> | <p>a) $1/\pi$ b) 0 c) n'existe pas</p> |
| <p>3) Soit $X_n = \sum_{k=1}^n \frac{2^k}{e^{k+1}}$; alors $\lim_{n \rightarrow \infty} X_n =$</p> | <p>a) $+\infty$ b) $\frac{1}{e-2}$ c) $\frac{2}{e(e-2)}$</p> |
| <p>4) On considère un carré C_0 dont les côtés mesurant a cm. Soit C_1 le carré inscrit dans C_0 dont les sommets sont les milieux des côtés de C_0. Nous procédons de la même manière et nous formons une famille infinie de carrés (C_i) tel que C_{i+1} est le carré inscrit dans C_i dont les sommets sont les milieux des côtés de C_i. La somme totale des périmètres des carrés C_i est égale à</p> | <p>a) $4a(2+\sqrt{2})$ b) $4a(1+\sqrt{2})$ c) $4a$</p> |
| <p>5) Soit $w_n = \sum_{p=2}^n \frac{1}{p^2 - 1}$; alors $\lim_{n \rightarrow \infty} w_n =$</p> | <p>a) $3/2$ b) $3/4$ c) $+\infty$</p> |
| <p>6)</p> | |

| | |
|--|--|
| <p>Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ une suite numérique à termes strictement positifs ($u_n > 0$) vérifiant $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq k$, $\forall n \in \mathbb{N}$ avec k est une constante strictement inférieure à 1. ($k < 1$).</p> <p>On définit la suite $(V_n)_{n \geq 0}$ définie par</p> $V_n = \sum_{k=0}^n u_k.$ <p>On considère les assertions suivantes:</p> <p>(I) $(u_n)_n$ est bornée</p> <p>(II) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$</p> <p>(III) $(V_n)_n$ est convergente</p> <p>Laquelle (lesquelles) des assertions est (sont vraies) ?</p> | <p>a) Seulement I</p> <p>b) Seulement I et II</p> <p>c) I, II et III .</p> |
| <p>7) $\int_0^{\pi/3} \frac{1}{(9 + \operatorname{tg}^2 x) \cos^2 x} dx$</p> | <p>a) $\frac{\pi}{9}$ b) $\frac{\pi}{18}$ c) $\frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{1}{3}$</p> |
| <p>8) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\operatorname{arctg} \pi x}{x} =$</p> | <p>a) π b) 1 c) 0</p> |
| <p>9) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2 3x}{3x^2} =$</p> | <p>a) 1 b) $\frac{1}{3}$ c) 3</p> |
| <p>10) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_{\pi/4}^{\pi/4+h} \frac{1}{\operatorname{tg} x} dx =$</p> | <p>a) $\frac{\pi \sqrt{2}}{2}$ b) $\sqrt{2}$ c) 0</p> |
| <p>11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \sqrt{\pi x}}{1 - \cos \pi x} =$</p> | <p>a) $\sqrt{\pi}$ b) $\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ c) 0</p> |
| <p>12) $\int_{-2}^0 \frac{dx}{x^2 + 6x + 12}$</p> | <p>a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi \sqrt{3}}{18}$ c) $\frac{1}{6}$</p> |
| <p>13) La surface formée par la courbe de $f(x) = \frac{1}{x(1 + \ln x)}$ et par les droites $x = 1$ et $x = e^2$ est égale à</p> | |

| | |
|---|---|
| | a) $\ln 3$ b) $\ln(e^2 + 1) - \ln 2$ c) $e^2 - 1$ |
| <p>Soit $(U_n)_{n \geq 3}$ la suite définie par</p> <p>14) $U_n = \int_e^n \frac{1}{x(\ln x)^3} dx$</p> <p>Alors $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n =$</p> | <p>a) $+\infty$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{2e^2}$</p> |
| <p>15)</p> <p>Soit $g(x) = \int_{\sqrt{x}}^{x^2} e^{u^2} du$, alors</p> <p>la tangente à la courbe de g en $x = 1$ admet pour équation</p> | <p>a) $y = \frac{3e}{2}(x-1)$</p> <p>b) $y = ex - (e+1)$</p> <p>c) Les données sont insuffisantes pour la déterminer</p> |
| <p>16)</p> <p>$\int \frac{tg \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx =$</p> | <p>a) $\ln\left(\frac{1}{\cos^2 x}\right) + K$</p> <p>b) $-\ln(\cos \sqrt{x}) + K$</p> <p>c) $\ln\left(\frac{1}{\cos^2 \sqrt{x}}\right) + K;$ (K une constante)</p> |
| <p>17) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{3n-1}\right)^{2n-1} =$</p> | <p>a) 0 b) $\frac{1}{3}$ c) $+\infty$</p> |
| <p>18)</p> <p>Soit $B = \{i, j, k\}$ une base de $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$.</p> <p>On considère les familles suivantes</p> <p>$E = \{i + j, i + k, j + k\}$</p> <p>$N = \{i, j + k, i + j + k\}$</p> <p>$S = \{i, 2j, 3k\}$</p> <p>$A = \{i, 2j - k, j\}$</p> <p>Alors laquelle (ou lesquelles) des familles forme une base ?</p> | <p>a) Aucune</p> <p>b) Seulement S</p> <p>c) Seulement E,S et A</p> |
| <p>19) Soit $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + 2y - z = 0\}$.</p> <p>Lequel des systèmes suivants forme une base pour E ?</p> | <p>a) $\{(1,0,1);(0,1,2)\}$</p> <p>b) $\{(0,1,2);(1,0,2);(1,2,0)\}$</p> <p>c) $\{(0,1,2)\}$</p> |
| <p>20)</p> <p>On considère les ensembles suivants</p> <p>$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / y = 0\}$</p> <p>$N = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y + z = 1\}$</p> <p>$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / z = 2\}$</p> <p>$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y + z = 0\}$</p> <p>Lesquels parmi ces ensembles sont des sous espaces vectoriels de \mathbb{R}^3 ?</p> | <p>a) Seulement E et A</p> <p>b) Seulement N et S</p> <p>c) Tous (E,N,S et A)</p> |

| | |
|---|---|
| <p>21)</p> <p>Soit A une matrice carrée d'ordre n vérifiant $A^2 = A + 3I_n$ (I_n est la matrice identité)</p> <p>On considère les égalités suivantes</p> <p>(I) $\det A = 0$</p> <p>(II) $A^{-1} = 3I_n - A$</p> <p>(III) $\det A \neq 0$</p> <p>(IV) $A^{-1} = \frac{1}{3}(A - I_n)$</p> <p>Alors</p> | <p>a) (II) et (III) sont vraies</p> <p>b) (III) et (IV) sont vraies</p> <p>c) (I) et (IV) sont vraies</p> |
| <p>22)</p> <p>Soit A une matrice carrée d'ordre n vérifiant $A^2 - A - I_n = 0_n$ (I_n est la matrice identité et 0_n est la matrice nulle)</p> <p>Alors $\det (A - I_n) =$</p> | <p>a) $\det(A) - 1$</p> <p>b) $\sqrt{\det(A)}$</p> <p>c) $\frac{1}{\det(A)}$</p> |
| <p>23)</p> <p>Soit $A = (a_{ij})_{1 \leq i, j \leq n}$ une matrice carrée d'ordre n.</p> <p>On appelle la Trace de A notée par $\text{Tr}(A)$ le nombre $\text{Tr}(A) = \sum_{i=1}^n a_{ii}$</p> <p>Alors $\text{Tr}(A + I_n) =$</p> | <p>a) $\text{Tr}(A) + n$</p> <p>b) $n\text{Tr}(A)$</p> <p>c) $\text{Tr}(A) + 1$</p> |
| <p>24)</p> <p>Si $\int_0^x h(t)dt = x \ln(1 + x^2)$</p> <p>alors $h(1) =$</p> | <p>a) $\ln 2$</p> <p>b) $1 + \ln 2$</p> <p>c) Les données sont insuffisantes</p> |
| <p>25)</p> <p>$\int \sin(\ln x) dx =$</p> | <p>a) $\frac{e^x}{2} [\sin x - \cos x] + K$</p> <p>b) $\frac{x}{2} [\sin(\ln x) - \cos(\ln x)] + K$</p> <p>c) $\frac{\cos(\ln x)}{x} + K;$</p> <p>$K$ une constante</p> |