

Tanger le 23/07/2010

CONCOURS D'ENTREE EN 1<sup>ère</sup> ANNEE DU CYCLE  
PREPARATOIRE

Epreuve de Maths

(Nombre de pages 4 et une fiche réponse à remettre au surveillant, correctement remplie, à la fin de l'épreuve)

Parmi les réponses proposées, une seule est juste. Pour chaque question répondre sur la fiche réponse par une croix dans la case correspondante.

(Barème : une réponse juste : +1, une réponse fautive : -1, pas de réponse : 0)

1) Soit S(m) la fonction qui associe à chaque Réel m strictement positif, la surface délimitée par le graphe $y = \frac{1}{x}$ et les droites $x = m$ et $x = 2m$ . Alors	a) S(m) est strictement croissante b) S(m) est strictement décroissante c) S(m) est une fonction constante
2) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln\left(1 + \frac{h}{\pi}\right) =$	a) $\frac{1}{\pi}$ b) 0 c) n'existe pas
3) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{3}) \dots (\sqrt[3]{3}) =$	a) $\sqrt[3]{6}$ b) 1 c) $\sqrt[3]{9}$
4) Soit $f(x) = x^{\ln x}$ . La tangente à la courbe de f au point $x = e$ est donnée par	a) $y = e(x - e)$ b) $y = x$ c) $y = 2x - e$
5) Soit $(x_n)_n$ une suite numérique telle que $x_0 = 1$ . Alors $\sum_{i=1}^n (x_{i-1} + \frac{1}{2}) =$	a) $\frac{3n}{2}$ b) $\frac{n^2 + 5n}{4}$ c) $\frac{2n - 1}{4}$
6) Soit $(u_n)_n$ une suite numérique à termes strictement positifs vérifiant $(u_n)^n \leq M; \forall n \in \mathbb{N}$ tel que $M < 1$ . On	

définit la suite $(W_n)_n$ par $W_n = \sum_{k=0}^n u_k$ . On considère les assertions suivantes : (I) $(W_n)_n$ est convergente (II) $(u_n)_n$ est bornée (III) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ Laquelle (Lesquelles) des assertions est (sont) VRAIE(S) ?	a) Seulement II b) Seulement II et III c) I, II et III.
7) Pour quelle valeur de x, la fonction définie par $f(x) = \int_{-2}^{x-1} e^t dt$ prend une valeur minimale	a) $\frac{3}{2}$ b) -2 c) 2
8) Soit $f(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{t^3 + 2}} dt$ Laquelle parmi ces trois assertions est FAUSSE ?	a) $f(0) = 0$ b) $f'(1) = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ c) $f(1) > 0$
9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\tan x} =$	a) N'existe pas b) 2 c) 0
10) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2 - 1} \int_1^x e^u du =$	a) 0 b) $\frac{e}{2}$ c) N'existe pas
11) Soit f une fonction deux fois dérivables telle que $f''(x) = 2f'(x)$ avec $f'(0) = f(0) = e$ Alors $f(1) =$	a) $\frac{e}{2}(e^2 + 1)$ b) $2e$ c) $\frac{e^3}{2}$
12) $\int_1^2 (\ln x)^2 dx$	a) $\frac{(\ln 2)^3}{3}$ b) $2(1 - \ln 2)^2$ c) $\frac{8}{3}$
13) Soient f, g et h trois fonctions telles que : $\begin{cases} h(x) = f(x^3) \\ f'(x) = g(x) \\ g'(x) = f(x^2) \end{cases}$ Alors $h'''(x) =$	a) $3x^2 g(x^3)$ b) $6xg(x^3) + 9x^4 f(x^6)$ c) $3x^2 g(x^3) + 6x^3 f(x^5)$
14) $V_n = \int_0^x \frac{x}{(1+x^2)^2} dx$ Alors $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n =$	a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $+\infty$

15)	Soit $H(x) = \int_{\sqrt{x}}^{e^x} \frac{1}{\sqrt{\ln t}} dt$ , alors $H'(x) =$	a) $\frac{1}{\sqrt{\ln x}}$ b) $\frac{e^x}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{2x \ln x}}$ c) $\frac{e^x}{\sqrt{\ln x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{\ln x}}$
16)	Soit $h(x) = \sqrt{e^x - 1}$ . Une primitive de $h(x)$ est donnée par	a) $2(x - \arctan x)$ b) $\sin \sqrt{h(x)}$ c) $2h(x) - 2 \arctan h(x)$
17)	La fonction $f(x) = a \cos x + b \sin x$ admet comme amplitude le nombre	a) $\sqrt{a^2 + b^2}$ b) $a + b$ c) $\frac{a+b}{2}$
18)	Soit $B = \{u, v, w\}$ une base de $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$ . On considère les familles suivantes $A = \{u - v, u + w, v + w\}$ $B = \{u, v - 2u, v\}$ $C = \{u + v + w, v + w, w\}$ $D = \{v + w, -v, -w\}$ Alors laquelle (ou lesquelles) des familles forme une base ?	a) Seulement B b) Seulement A et C c) Seulement A et D
19)	Soit $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x - 3z = 0\}$ . Lequel des systèmes suivants forme une base pour F ?	a) $\{(3, 0, 1)\}$ b) $\{(3, 0, 1); (0, 1, 0)\}$ c) $\{(3, 0, 1); (1, 0, 3); (0, 1, 3)\}$
20)	On considère les ensembles suivants $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / z = 0\}$ $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 - 2y + z = 1\}$ $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / xz - y = 0\}$ $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x - y + z = 0\}$ Lesquels parmi ces ensembles sont des sous espaces vectoriels de $\mathbb{R}^3$ ?	a) Seulement A et C b) Seulement A et D c) Seulement A, C et D
21)	Soit $W = \left\{ \begin{matrix} (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / \\ x + y - z = 0 \text{ et } 2x - y = 0 \end{matrix} \right\}$	a) $\dim W = 1$ b) $\dim W = 2$ c) $\dim W = 3$
22)		

23)	Soit A une matrice carrée d'ordre n vérifiant $A^2 - A = -I_n$ . Soit $B = (I_n - A)(I_n + A)$ On considère les égalités suivantes (I) $B^{-1} = A$ (II) $B^{-1} = (I_n - A)^{-1}(I_n + A)^{-1}$ (III) $B^{-1} = (I_n + A)^{-1}(I_n - A)^{-1}$ Parmi lesquelles ou laquelle de ces égalités est VRAIE ?	a) (I) et (III) b) Seulement (II) c) Seulement (III)
24)	Soient A, B deux matrices carrée d'ordre n, telle que $I_n - AB$ est inversible. Alors $(I_n - BA)^{-1} =$	a) $(I_n - AB)^{-1}$ b) $B(I_n - AB)^{-1}A$ c) $I_n + B(I_n - AB)^{-1}A$
25)	Soit g une fonction décroissante sur $]0, +\infty[$ , et $G(x) = \int_0^x g(t) dt$ définie sur $]0, +\infty[$ . Laquelle parmi ces trois assertions est FAUSSE ?	a) $G(x) \leq 0$ pour tout $x > 0$ b) G est croissante sur $]0, +\infty[$ c) $G'(x) = xg(x) - \int_0^x g(t) dt$
25)	$\int \frac{1}{\cos x} dx =$	a) $\ln \cos x  + K$ b) $\ln\left \tan x + \frac{1}{\cos x}\right  + K$ c) $\ln\left \frac{1}{\sin x}\right  + K$ K une constante