

Ecole Nationale des Sciences Appliquées de Tanger
CONCOURS D'ENTREE EN 1^{ère} ANNEE DU CYCLE PREPARATOIRE

Epreuve de Mathématiques

(Nombre de pages 3 et une fiche réponse à remettre au surveillant, correctement remplie, à la fin de l'épreuve)

CALCULATRICE NON AUTORISEE

Parmi les réponses proposées, une seule est juste. Pour chaque question répondre sur la fiche réponse par une croix dans la case correspondante.

(Barème : une réponse juste : -1, une réponse fautive : -1, pas de réponse : 0)

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos n\pi =$	a) $\begin{cases} -1 & \text{si } n \text{ impair} \\ 1 & \text{si } n \text{ pair} \end{cases}$ b) $+\infty$ c) n'existe pas
2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{3^{n-1}} =$	a) 3 b) $+\infty$ c) 0
3) Soit $v_n = \sum_{k=1}^n \frac{e^k}{\pi^{k-1}}$; alors $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n =$	a) $\frac{\pi e}{\pi - e}$ b) $+\infty$ c) $\frac{\pi}{\pi - e}$
4) On considère un carré C_0 dont les côtés sont de 12 cm. Soit C_1 le carré inscrit dans C_0 dont les sommets sont les milieux des côtés de C_0 . Nous procédons de la même manière et nous formons une famille infinie de carrés (C_i) tel que C_{i+1} est le carré inscrit dans C_i dont les sommets sont les milieux des côtés de C_i . La somme totale des périmètres des carrés C_i est égale à	a) ∞ b) $48(2+\sqrt{2})$ cm c) $24\sqrt{2}$ cm
5) Soit $s_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$; alors $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n =$	a) $+\infty$ b) 1 c) 0
6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{\sin 3x} =$	a) 0 b) $-\frac{5}{3}$ c) n'existe pas
7) $\int \frac{1 + \lg^2 x}{4 + \lg^2 x} dx$	a) $\frac{1}{2} \arctg\left(\frac{x}{2}\right) + K$ b) $\frac{1}{2} \arctg\left(\frac{\lg x}{2}\right) + K$ c) $\frac{\arctg x}{4} + K$; $K \in \mathbb{R}$
8) $\lim_{x \rightarrow 0} (\arctg x)(\cot g 5x)$	a) $\frac{\pi}{10}$ b) $\frac{\pi}{2}$ c) $\frac{1}{5}$

9) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos x)^{\frac{1}{x^3}} =$	a) 1 b) $\frac{\sqrt{e}}{e}$ c) $+\infty$
10) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{3+h}} \frac{1}{\arctg x} dx =$	a) $\frac{3}{\pi}$ b) 0 c) $\sqrt{3}$
11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} \sqrt{\pi x}}{\sin \pi x} =$	a) $\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ b) $\sqrt{\pi}$ c) 1
12) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{x} =$	a) 1 b) 2 c) $+\infty$
13) $\int \sqrt{x} \ln x dx =$	a) $(\ln x \sqrt{x}) (3 \ln x - 2) + K$ b) $\frac{2}{9} x \sqrt{x} (3 \ln x - 2) + K$ c) $\frac{2}{9} \frac{\ln x \sqrt{x}}{2} + K ; K \in \mathbb{R}$
14) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\int_{\sqrt{e}}^n \frac{1}{x(\ln x)^2} dx \right) =$	a) $+\infty$ b) $\frac{1}{e}$ c) 2
15) Soit $f(x) = \int_{1-x}^{1+x^2} e^{-t} dt$, alors la tangente à la courbe de f en $x = 1$ admet pour équation	a) $y = e^{-\sqrt{2}}(x-1)$ b) $y = e^{-\sqrt{2}+1}(x-1)$ c) Les données sont insuffisantes pour la déterminer
16) Soit $(u_n)_n$ une suite numérique. On considère les assertions suivantes: ($L \neq 0$) (I) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = L \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = L $ (II) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = L \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = L$ (III) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0 \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ Alors	a) Seulement (I) est vraie b) Seulement (I) et (III) sont vraies c) (I),(II) et (III) sont vraies
17) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + (-1)^n \sqrt{n}}{\sqrt{n+1}} =$	a) l b) 0 c) n'existe pas
18) Soit $B = \{u, v, w\}$ une base de $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$. On considère les familles suivantes $S_1 = \{v+w, u+w, u+v\}$ $S_2 = \{u+v, u+w, w-v\}$ $S_3 = \{u, w, u-v\}$ Alors laquelle (ou lesquelles) des familles forme une base ?	a) Aucune b) Seulement S_1 c) Seulement S_1 et S_3

<p>19) Soit $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = z\}$. Lequel des systèmes suivants forme une base pour E ?</p>	<p>a) $\{(1, 0, 1)\}$ b) $\{(1, 0, 1); (0, 1, 0)\}$ c) $\{(1, 1, 0); (1, 0, 1); (0, 1, 1)\}$</p>
<p>20) On considère les ensembles suivants $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y + z = 1\}$ $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 = y^2\}$ $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / xy + z = 0\}$ $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + z = 0 \text{ et } y = 1\}$ Lesquels parmi ces ensembles sont des sous espaces vectoriels de \mathbb{R}^3 ?</p>	<p>a) Seulement H b) Seulement E, F et G c) Aucun</p>
<p>21) Soit A une matrice carrée d'ordre n vérifiant $A^2 - 3A + 2I_n = 0$ (I_n est la matrice identité) On considère les égalités suivantes (I) $A^{-1} = I_n - A$ (II) $A^{-1} = \frac{1}{2}(3I_n - A)$ (III) $\det A = 0$ (IV) $\det A \neq 0$ Alors</p>	<p>a) (II) et (III) sont vraies b) (I) et (IV) sont vraies c) (II) et (IV) sont vraies</p>
<p>22) Soit $(M_n(\mathbb{R}), +, \cdot)$ l'espace vectoriel des matrices carrées d'ordre n. Alors $\dim M_n(\mathbb{R}) =$</p>	<p>a) n^2 b) $2n$ c) n</p>
<p>23) $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{dt}{4t^2 + 4t + 5} =$</p>	<p>a) $\frac{\pi}{4}$ b) $\frac{\pi}{16}$ c) π</p>
<p>24) Si $\int_0^x g(t)dt = xtg \pi x$ alors $g(\frac{1}{4}) =$</p>	<p>a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\frac{\pi + 2}{2}$</p>
<p>25) Soit f une fonction continue sur $[a, b]$ telle que $f(a + b - x) = f(x)$, $\forall x \in [a, b]$ Alors $\int_a^b xf(x)dx =$</p>	<p>a) $\frac{b-a}{2} \int_a^b f(x)dx$ b) $\frac{a+b}{2} \int_a^b f(x)dx$ c) $(b-a) \int_a^b f(x)dx$</p>