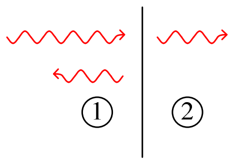
Chapitre 18 : Réflexion et réfraction des ondes électromagnétiques à l'interface de deux milieux diélectriques LHI



I Propagation dans un milieu LHI non chargé

A) Equation de propagation

1) Relation de dispersion

On a vu que les équations de Maxwell donnaient la relation de dispersion $k^2 = \frac{\varepsilon_r \mu_r}{c^2}\omega^2$, où ε_r, μ_r s'expriment en fonction de $i\omega$.

On pose $n^2 = \varepsilon_r \mu_r$.

2) Hypothèses de travail

- On suppose que $\mu_r = 1$ (le milieu n'a pas de propriétés magnétiques)
- $\varepsilon_r \in \mathbb{R}_+$.

Ainsi, $n \in \mathbb{R}_+$, et $k \in \mathbb{R}$

On a $k = \pm \frac{n\omega}{c}$

On retrouve les résultats du vide en remplaçant c par $\frac{c}{n}$.

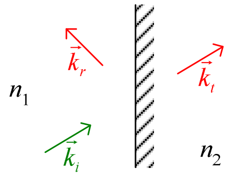
L'équation d'onde s'écrit alors $\vec{\nabla}^2 \vec{E} - \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$

Vitesse de phase : $v_\phi = \frac{c}{n(\omega)}$

B) Structure des ondes

1) Hypothèses de travail

- On considère une surface plane illimitée
- On suppose que l'onde incidente est une OPPS



On admet que l'onde réfléchie et l'onde transmise sont aussi des OPPS et avec la même pulsation que l'onde incidente (on peut le montrer…)

2) Champs

- Onde incidente :

$\vec{E}_i = \vec{\underline{E}}_i \exp i(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega.t)$ avec $\vec{k}_i = n_1 \dfrac{\omega}{c} \vec{u}_i$.

Et $\vec{B}_i = \dfrac{n_1}{c} \vec{u}_i \wedge \vec{E}_i$

- Onde réfléchie :

$\vec{E}_r = \vec{\underline{E}}_r \exp i(\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \omega.t)$ avec $\vec{k}_r = n_1 \dfrac{\omega}{c} \vec{u}_r$

Et $\vec{B}_r = \dfrac{n_1}{c} \vec{u}_r \wedge \vec{E}_r$

- Onde transmise :

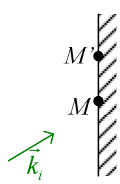
$\vec{E}_t = \vec{\underline{E}}_t \exp i(\vec{k}_t \cdot \vec{r} - \omega.t)$ avec $\vec{k}_t = n_2 \dfrac{\omega}{c} \vec{u}_t$

Et $\vec{B}_t = \dfrac{n_2}{c} \vec{u}_t \wedge \vec{E}_t$

II Lois de Descartes

A) Réflexion

1) Avant réflexion



Les deux points vont recevoir l'onde de façon déphasée :

On a $\varphi_i = \vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega.t$, et donc $\begin{cases} \varphi_i(M) = \vec{k}_i \cdot \overrightarrow{OM} - \omega.t \\ \varphi_i(M') = \vec{k}_i \cdot \overrightarrow{OM'} - \omega.t \end{cases}$

Ainsi, $\varphi_i(M') - \varphi_i(M) = \vec{k}_i \cdot \overrightarrow{MM'}$

2) Après réflexion

On a de même $\varphi_r(M') - \varphi_r(M) = \vec{k}_r \cdot \overrightarrow{MM'}$

3) Lois de Descartes

On a $\varphi_r(M)-\varphi_i(M)=\varphi_r(M')-\varphi_i(M')$ (car l'onde est plane : on a donc le même déphasage en tout point, c'est-à-dire que tous les points sont équivalents)

Donc $\varphi_i(M')-\varphi_i(M)=\varphi_r(M')-\varphi_r(M)$

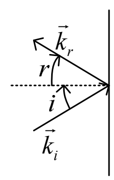
C'est-à-dire $\vec{k}_i\cdot\overrightarrow{MM'}=\vec{k}_r\cdot\overrightarrow{MM'}$

Ou, comme c'est valable pour tous *M*, *M'* : $\boxed{\vec{k}_r-\vec{k}_i=k\vec{n}}$

- $\vec{k}_i$, $\vec{k}_r$ et $\vec{n}$ sont donc coplanaires

Ainsi, le rayon réfléchi ($\vec{k}_r$) est dans le plan d'incidence ($(\vec{k}_i,\vec{n})$)

- On a de plus $\vec{k}_i\wedge\vec{n}=\vec{k}_r\wedge\vec{n}$, et $\|\vec{k}_i\|=\|\vec{k}_r\|=\dfrac{n_1\omega}{c}$



Ainsi, $i=r$.

B) Réfraction

On a de même $\boxed{\vec{k}_t-\vec{k}_i=k'\vec{n}}$

- Donc $\vec{k}_i$, $\vec{k}_t$ et $\vec{n}$ sont coplanaires

(Le rayon transmis est aussi dans le plan d'incidence)

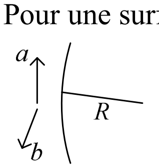
- Et $\vec{k}_t\wedge\vec{n}=\vec{k}_i\wedge\vec{n}$

Mais ici $k_i=\dfrac{n_1\omega}{c}$ et $k_t=\dfrac{n_2\omega}{c}$

Donc la relation s'écrit ici $n_1\sin i=n_2\sin t$

C) Discussion

Pour une surface non plane non infinie :



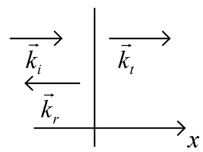
Pour pouvoir utiliser les lois de Descartes, il faut un rayon de courbure *R* et des dimensions *a*, *b* très supérieures à la longueur d'onde λ.

Pour montrer les lois de Descartes, on n'a pas utilisé le fait que l'onde est en $\exp i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)$. Le résultat est donc valable pour tout type d'onde.

Les lois de Descartes ne permettent pas d'obtenir $\vec{E}_t$ et $\vec{E}_r$

Elles traduisent cependant le fait que $\vec{k}_i$, $\vec{k}_r$ et $\vec{k}_t$ ont même projection sur l'interface.

III Réflexion et transmission sous incidence normale



A) Structure des ondes

1) Incidente

$$\vec{E}_i \begin{cases} 0 \\ \underline{E}_{i_y} \\ 0 \end{cases} \text{(polarisée selon } y\text{)},\ \vec{B}_i \begin{cases} 0 \\ 0 \\ \frac{n_1}{c}\underline{E}_{i_y} \end{cases}$$

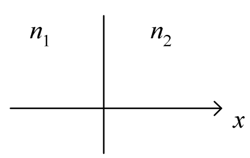
2) Réfléchie

$$\vec{E}_r \begin{cases} 0 \\ \underline{E}_{r_y} \\ \underline{E}_{r_z} \end{cases},\ \vec{B}_r \begin{cases} 0 \\ \frac{n_1}{c}\underline{E}_{r_z} \\ -\frac{n_1}{c}\underline{E}_{r_y} \end{cases}$$

3) Transmise

$$\vec{E}_t \begin{cases} 0 \\ \underline{E}_{t_y} \\ \underline{E}_{t_z} \end{cases},\ \vec{B}_t \begin{cases} 0 \\ -\frac{n_2}{c}\underline{E}_{t_z} \\ \frac{n_2}{c}\underline{E}_{t_y} \end{cases}$$

B) Relation de passage



$\vec{E}$ est continu en $x = 0$.

Comme l'onde est transverse sous incidence normale, $\vec{E} = \underline{\vec{E}} \exp i(kx - \omega.t)$

En $x = 0$, on a ainsi $\vec{E} = \underline{\vec{E}} \exp(-i\omega.t)$

Et donc par continuité $\underline{\vec{E}}_i + \underline{\vec{E}}_r = \underline{\vec{E}}_t$

Sur y, on a ainsi $\underline{E}_{i_y} + \underline{E}_{r_y} = \underline{E}_{t_y}$ (1)

Et sur z, $0 + \underline{E}_{r_z} = \underline{E}_{t_z}$ (2)

Champ $\vec{B}$:

On a $\mu_{r_1} = \mu_{r_2} = 1$ et $\vec{j}_s = \vec{0}$ (pour un diélectrique)

Donc sur z, on a $\frac{n_1}{c}(\underline{E}_{i_y} - \underline{E}_{r_y}) = \frac{n_2}{c}\underline{E}_{t_y}$ (3)

Et sur y : $\frac{n_1}{c}\underline{E}_{r_z} = -\frac{n_2}{c}\underline{E}_{t_z}$ (4)

C) Caractéristiques des ondes réfléchies et transmises

Avec (2) et (4), comme $n_1 \neq n_2$, on a $\underline{E}_{r_z} = \underline{E}_{t_z} = 0$

Et avec les autres $\begin{cases} \underline{E}_{t_y} = \dfrac{2n_1}{n_1+n_2}\underline{E}_{i_y} \\ \underline{E}_{r_y} = \dfrac{n_1-n_2}{n_1+n_2}\underline{E}_{i_y} \end{cases}$

On note $\boxed{t = \frac{\underline{E}_{t_y}}{\underline{E}_{i_y}} = \frac{2n_1}{n_1+n_2}}$, coefficient de transmission

Et $\boxed{r = \frac{\underline{E}_{r_y}}{\underline{E}_{i_y}} = \frac{n_1-n_2}{n_1+n_2}}$, coefficient de réflexion.

1) Onde transmise

- Elle est polarisée rectilignement

(Ou plus généralement, si l'onde incidente est circulaire droite, elle sera aussi circulaire droite)

- On a $t \in \mathbb{R}_+$, donc la transmission se fait sans déphasage.
- On peut avoir t supérieur ou inférieur à 1.

2) Onde réfléchie

- Elle est polarisée rectilignement

(Ou circulaire gauche si l'onde incidente est circulaire droite et vice-versa)

- Si $n_1 \geq n_2$, il n'y a pas de déphasage.

Si $n_1 \leq n_2$, il y aura un déphasage de π

- On a $|r| < 1$.

D) Réflexion et transmission de l'énergie

1) Facteur de réflexion en énergie

- Définition :

On pose $R = \dfrac{\text{Intensité réfléchie}}{\text{Intensité incidente}} = \dfrac{<\vec{\pi}_{\text{réfl}} \cdot \vec{u}_{\text{réfl}}>}{<\vec{\pi}_{\text{inc}} \cdot \vec{u}_{\text{inc}}>}$

- Expression :

On a $<\vec{\pi} \cdot \vec{u}> = \dfrac{1}{2\mu_0} \dfrac{n}{c} \underline{\vec{E}} \cdot \underline{\vec{E}}^*$

Donc $\boxed{R = \dfrac{\underline{\vec{E}}_r \cdot \underline{\vec{E}}_r^*}{\underline{\vec{E}}_i \cdot \underline{\vec{E}}_i^*} = r.r^* = r^2 = \left(\dfrac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2}$

2) Facteur de transmission en énergie

- Définition :

$T = \dfrac{\text{Intensité transmise}}{\text{Intensité incidente}}$

- Expression :

$\boxed{T = \dfrac{n_2}{n_1} t^2 = \dfrac{4 n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}}$

3) Discussion

- R, T ne dépendent pas du sens de propagation (ils sont invariants par permutation de n_1 et n_2)
- Conservation de l'énergie :

On a bien $R + T = 1$ (l'interface ne dissipe pas d'énergie)
En $x = 0$, on a sous forme vectorielle : $\vec{\pi}_i + \vec{\pi}_r = \vec{\pi}_t$