

Chapitre : Exemples à connaître de branches infinies

On suppose ici que f est définie au voisinage de $+\infty$ et que $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} +\infty$.

On dit qu'il y a alors une branche infinie en $+\infty$.

Cas 1 : $\frac{f(x)}{x} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} l \in \overline{\mathbb{R}}$

- Si $\frac{f(x)}{x} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \pm\infty$:

On dit qu'il y a une direction asymptotique verticale. Il y a même une branche parabolique verticale (c'est-à-dire qu'il y a une direction, mais l'écart entre la courbe et la direction tend vers $\pm\infty$).

Exemple : $x \mapsto x^2$.

- Si $\frac{f(x)}{x} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0$:

On dit qu'il y a une direction asymptotique horizontale.

Exemple : $x \mapsto \sqrt{x}$.

- Si $\frac{f(x)}{x} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} a \in \mathbb{R}^*$

Il y a une direction asymptotique de direction de pente a .

• Soit $f(x) - ax \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \pm\infty$

On a alors une branche parabolique de direction de pente a .

Exemple : $x \mapsto x + \sqrt{x}$

• Soit $f(x) - ax \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} b \in \mathbb{R}$

On a alors une asymptote d'équation $y = ax + b$

• Soit $f(x) - ax$ n'a pas de limite.

On n'a rien de plus qu'une direction asymptotique de direction de pente a .

Exemple : $x \mapsto x + \sin x$

Cas 2 : $\frac{f(x)}{x}$ n'a pas de limite.

Rien à dire.

Exemple : $x \mapsto x \sin x + x$