

Chapitre : Formulaire de trigonométrie

Dans les formules où n'apparaît pas la fonction tangente, a et b sont des réels quelconques, mais dans celle où elle apparaît, ils sont supposés tels que **toutes** les tangentes concernées soient définies, et cela garantit alors que les dénominateurs sont non nuls.

Relation entre les carrés :

$$\cos^2 a + \sin^2 a = 1 \qquad 1 + \tan^2 a = \frac{1}{\cos^2 a}$$

Formules d'addition :

$$\begin{aligned} \cos(a+b) &= \cos a \cos b - \sin a \sin b & \cos(a-b) &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \\ \sin(a+b) &= \sin a \cos b + \cos a \sin b & \sin(a-b) &= \sin a \cos b - \cos a \sin b \\ \tan(a+b) &= \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} & \tan(a-b) &= \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b} \end{aligned}$$

Formules de duplication :

$$\begin{aligned} \cos(2a) &= \cos^2 a - \sin^2 a = 1 - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 \\ \sin(2a) &= 2 \sin a \cos a \\ \tan(2a) &= \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a} \end{aligned}$$

Tout en fonction de la tangente de l'arc moitié :

Sous réserve de définition, en notant $t = \tan \frac{a}{2}$:

$$\cos a = \frac{1-t^2}{1+t^2} \qquad \sin a = \frac{2t}{1+t^2} \qquad \tan a = \frac{2t}{1-t^2}$$

Formules de linéarisation :

$$\begin{aligned} \cos^2 a &= \frac{1 + \cos 2a}{2} & \sin^2 a &= \frac{1 - \cos 2a}{2} \\ \cos a \cos b &= \frac{1}{2} (\cos(a+b) + \cos(a-b)) \\ \sin a \sin b &= -\frac{1}{2} (\cos(a+b) - \cos(a-b)) \\ \sin a \cos b &= \frac{1}{2} (\sin(a+b) + \sin(a-b)) \end{aligned}$$

Transformation d'une somme ou différence en produit :

$$\begin{aligned} \cos p + \cos q &= 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2} \\ \cos p - \cos q &= -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2} \\ \sin p + \sin q &= 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2} \\ \sin p - \sin q &= 2 \cos \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2} \end{aligned}$$