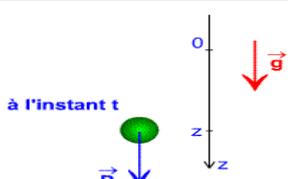
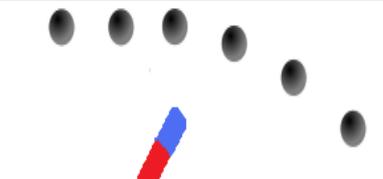
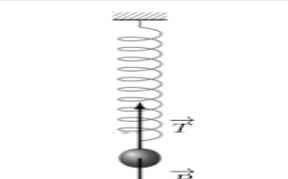
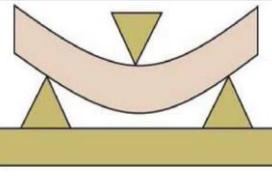


Travail et puissance d'une force

I- Notion de travail d'une force constante

1- Effets possibles d'une force dont le point d'application se déplace

Une force appliquée à un solide peut avoir plusieurs effets :

Une force peut mettre en mouvement un solide	Une force peut modifier le mouvement d'un solide (vitesse ; trajectoire)	Une force peut maintenir en équilibre un solide	Une force peut déformer un solide.
			

2- Définition d'une force constante

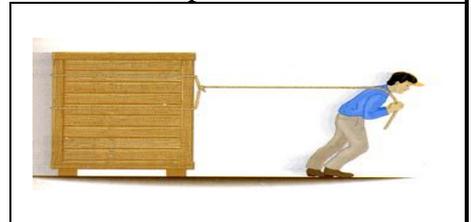
Une force constante signifie qu'elle garde la même direction, le même sens et la même intensité..

3- Définition du travail d'une force constante

☑ Dans le langage courant, l'idée de travail est liée à la notion d'effort physique ou intellectuel et de fatigue. En physique, la définition est plus stricte car le travail mécanique fait intervenir force et déplacement :

☑ Une force travaille, si son point d'application se déplace dans une direction qui n'est pas perpendiculaire à celle de la force (Une force qui travaille a pour effets de : modifier le mouvement d'un corps, modifier son altitude, le déformer, modifier sa température.)

☑ Une force ne travaille pas si son point d'application ne se déplace pas et sa direction est perpendiculaire à la trajectoire de son point d'application.



Le travail est noté par la lettre W ; L'unité de travail est le Joule (symbole J)

II- Travail d'une force constante

1- travail des forces dans le cas d'un solide en translation

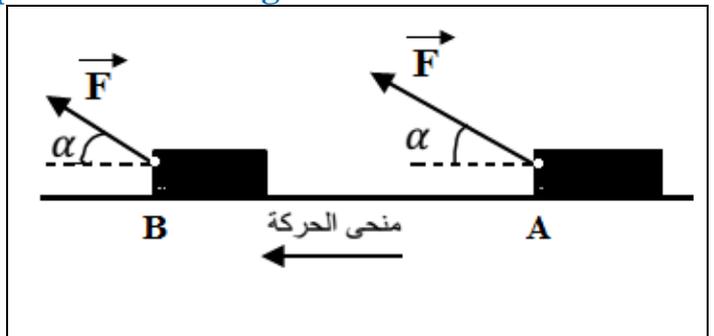
1-1-Travail d'une force constante pour un déplacement rectiligne

Le travail d'une force constante \vec{F} pour un déplacement rectiligne \vec{AB} de son point d'application est le produit scalaire du vecteur force \vec{F} et du vecteur déplacement \vec{AB}

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \vec{F} \cdot \vec{AB}$$

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = F \cdot AB \cdot \cos(\alpha)$$

Avec α angle entre les vecteurs \vec{F} et \vec{AB}



Remarque : 1 Joule = 1 Newton * 1 mètre

1-2- Travail d'une force constante pour un déplacement quelconque

On décompose ce déplacement, non rectiligne, en une succession de déplacements suffisamment petits pour être considérés comme rectilignes.

, $\vec{\delta l}_2, \dots, \vec{\delta l}_{i+1}, \dots, \vec{\delta l}_n$ avec $\sum \vec{\delta l}_i = \vec{AB}$

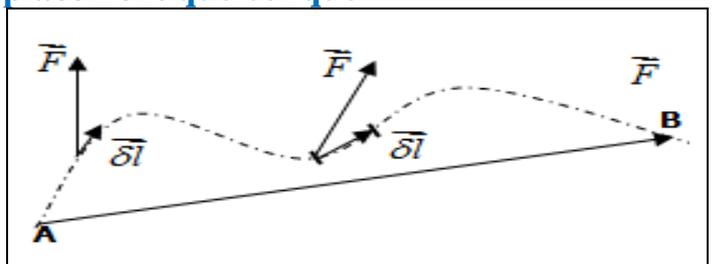
Le travail élémentaire d'une force constante est:

$$\delta W_i(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{\delta l}_i$$

Le travail de la force est égale à la somme des travaux élémentaires

$$\sum \delta W_i(\vec{F}) = \sum \vec{F} \cdot \vec{\delta l}_i = \vec{F} \cdot \sum \vec{\delta l}_i = \vec{F} \cdot \vec{AB} = W(\vec{F})_{A \rightarrow B}$$

Le travail d'une force constante F, lors du déplacement quelconque de son point d'application entre A et B, est indépendant du chemin suivi entre A et B



1-3-Travail du poids

Lorsque le centre de gravité d'un objet passe d'un point A à un point B en décrivant une trajectoire courbe, on peut considérer que cette courbe est une succession de petits déplacements $\overrightarrow{AM_1}, \dots, \overrightarrow{M_i M_{i+1}}, \dots, \overrightarrow{M_n B}$.

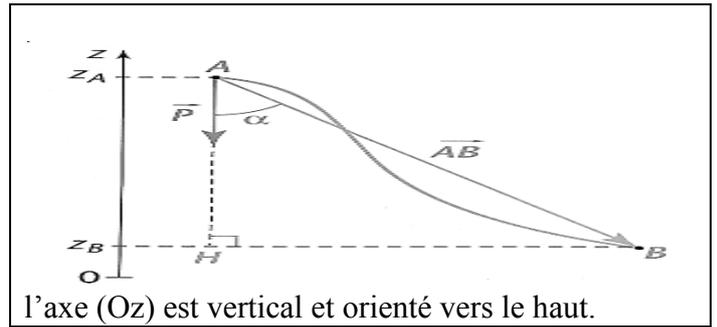
Le travail du poids \vec{P} de l'objet pour un petit déplacement est $W_{M_i M_{i+1}}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{M_i M_{i+1}}$.

Le travail du poids de l'objet entre A et B est

$$W_{AB}(\vec{P}) = \sum_A^B \vec{P} \cdot \overrightarrow{M_i M_{i+1}} = \vec{P} \cdot \sum_A^B \overrightarrow{M_i M_{i+1}}$$

Mais $\sum_A^B \overrightarrow{M_i M_{i+1}} = \overrightarrow{AB}$, donc $W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB}$.

Avec $\vec{P} (0; 0; -mg)$ et $\overrightarrow{AB} (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$



l'axe (Oz) est vertical et orienté vers le haut.

Lorsque le centre de gravité G d'un solide se déplace d'un point A à un point B, le travail du poids du solide est indépendant du chemin suivi par G entre A et B. Il est donné par la relation $W_{AB}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$

2-Travail moteur, travail résistant

Le travail d'une force est une grandeur algébrique.

Un travail positif est un travail moteur et un travail négatif est un travail résistant.

$\alpha = 0^\circ$	$\alpha < 90^\circ$	$\alpha = 90^\circ$	$90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$	$\alpha = 180^\circ$
$W_{AB}(\vec{F})$ positif : Travail moteur		$W_{AB}(\vec{F}) = 0$	$W_{AB}(\vec{F})$ négatif : Travail résistant	

3- Travail d'un ensemble de forces constantes

Soit un solide en translation soumis à plusieurs forces. Les points d'applications de chaque force subissent le même déplacement. La somme des travaux de ces forces s'écrit

$$W_{AB} = \vec{F}_1 \cdot \overrightarrow{AB} + \vec{F}_2 \cdot \overrightarrow{AB} + \dots = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots) \cdot \overrightarrow{AB} \text{ soit } W_{AB} = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} \text{ avec } \vec{F} \text{ la résultante des forces.}$$

Pour un solide en translation, soumis à un ensemble de forces, la somme des travaux des forces appliquées est égale au travail de leur résultante.

4- travail des forces de moment constante dans le cas d'un solide en rotation autour d'un axe fixe

Considérons une force \vec{F} localisée au point A,

- $\delta\theta$ un angle de rotation élémentaire autour d'un axe (Δ) passant par le point O,

- Soit δW le travail élémentaire de \vec{F} pendant la rotation .

$$\delta W(\vec{F}) = \vec{F} \times \delta \vec{s}$$

$$\delta W = \vec{F} \times \delta \vec{s} = F \times \delta s \times \cos(\alpha)$$

- L'arc élémentaire décrit pendant cette rotation est $\delta s = r \times \delta\theta$

$$\text{Alors } \delta W = F \times r \times \delta\theta \times \cos(\alpha)$$

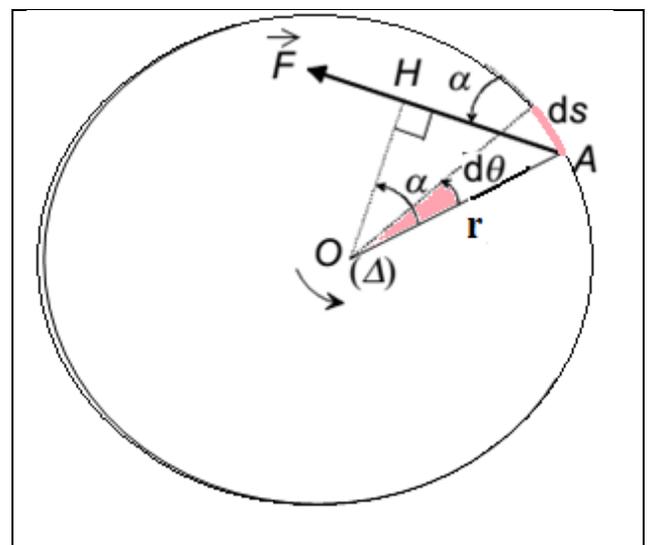
a partir de la figure ci-contre on a

$$\cos(\alpha) = OH/r \Leftrightarrow OH = \cos(\alpha) \times r$$

donc $\delta W = F \times OH \times \delta\theta$ avec le moment de cette force par

$$\text{rapport à l'axe } (\Delta) \text{ est : } M(\vec{F}) = F \times OH$$

$$\Rightarrow \text{le travail élémentaire : } \delta W = M_{\Delta}(\vec{F}) \times \delta\theta$$



- Lorsque le solide tourne avec un angle $\Delta\theta$ le travail de force \vec{F} est :

$$W(\vec{F}) = \sum \delta W = \sum M_{\Delta}(\vec{F}) \times \delta\theta = M_{\Delta}(\vec{F}) \times \sum \delta\theta \text{ avec } M_{\Delta}(\vec{F}) \text{ est constante et } \sum \delta\theta = \Delta\theta$$

Le travail des forces de moment constante dans le cas d'un solide en rotation autour d'un axe fixe est

$$W(\vec{F}) = M_{\Delta}(\vec{F}) \times \Delta\theta$$

III- Puissance d'une force

1- La puissance moyenne

Si, pendant une durée Δt , une force \vec{F} effectue un travail $W(\vec{F})$, la puissance moyenne P_{moyenne} du travail de cette force est $P_{\text{moyenne}} = \frac{W(\vec{F})}{\Delta t}$ avec P_{moyenne} en watts (W), $W(\vec{F})$ en joules (J) et Δt en secondes (s).

Remarque : Unité de puissance encore utilisée le cheval-vapeur, 1 ch = 736 W

Lorsque l'intervalle de temps Δt tend vers 0 ou devient très petit, la puissance moyenne tend vers la puissance instantanée.

2- Puissance instantanée d'une force agissant sur un corps en translation

On appelle puissance instantanée d'une force \vec{F} la variation instantanée de son travail au cours du temps :

$$P(t) = \frac{\delta W}{\delta t}$$

Puis que $\delta W = \vec{F} \times \delta \vec{l}$ alors $P(t) = \vec{F} \times \frac{\delta \vec{l}}{\delta t}$ avec $v(t) = \frac{\delta \vec{l}}{\delta t}$

La puissance instantanée de la force \vec{F} est :

$$P(t) = \vec{F} \cdot \vec{V}(t)$$

$$P = F \times V \times \cos(\vec{F}; \vec{V})$$

3- Puissance instantanée d'une force agissant sur un corps en rotation

L'expression du travail est $\delta W = M_{\Delta}(\vec{F}) \times \delta \theta$ avec $M_{\Delta}(\vec{F})$ moment de la force par rapport à l'axe de rotation.

La puissance instantanée $P(t) = \frac{\delta W}{\delta t} = M_{\Delta}(\vec{F}) \times \frac{\delta \theta}{\delta t}$ avec $\omega(t) = \frac{\delta \theta}{\delta t}$ vitesse angulaire instantané à t

La puissance instantanée d'une force s'exerçant sur un solide en rotation autour d'un axe fixe est égal :

$$P(t) = M_{\Delta}(\vec{F}) \times \omega(t)$$