Chapitre 4 : Le principe d'inertie

❖ Situation-problème :

Après le lancé du palet de curling, il est soumis à deux forces qui se compensent. Son centre d'inertie garde un mouvement rectiligne uniforme tant qu'il ne heurte aucun obstacle.

- **Qu'est-ce que c'est qu'un centre d'inertie ? Comment trouver sa position ?**
- **Par quel principe peut-on expliquer cette observation ?**
- **Est-ce qu'un mouvement nécessite toujours des forces ?**
- **Est-ce qu'une force est nécessaire pour entretenir un mouvement rectiligne uniforme ?**

❖ Objectifs :

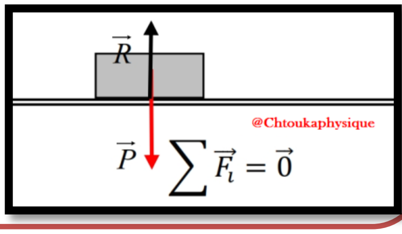
- *Connaitre Le centre d'inertie d'un corps solide*
- *Connaître l'énoncé du principe d'inertie et son application*
- *Connaitre le système pseudo isolé.*
- *Connaître le repère galiléen*
- *Connaître la relation barycentrique et l'appliquer pour déterminer le centre de masse d'un système.*

I. Le centre d'inertie

1. Définitions :

- **Système isolé :** Un système est mécaniquement **isolé** s'il n'est soumis **à aucune force**. Ce genre de système n'existe pas en pratique (il y a toujours le poids du système et des frottements).
- **Système pseudo-isolé :** Un système est **pseudo-isolé** si **les effets des forces extérieures** auxquelles il est soumis **se compensent** $\sum \vec{F_i} = \vec{0}$.

✓ **Exemple** : un livre sur une table : la force de réaction de la table sur le livre compense le poids du livre

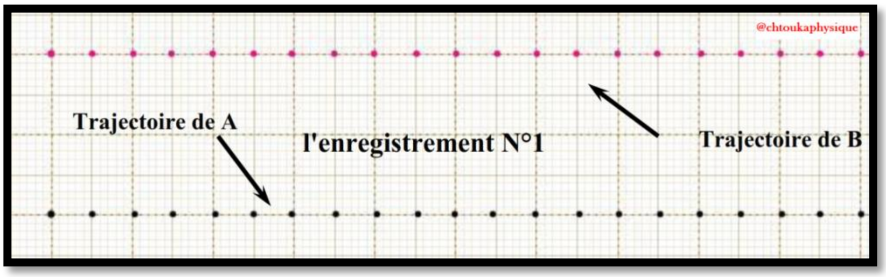


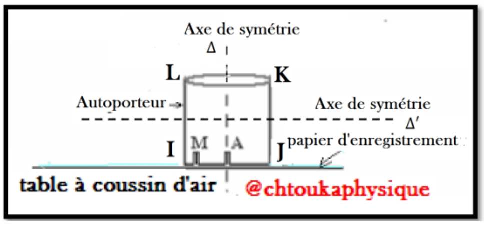
2. Centre d'inertie d'un solide :

Activité expérimentale 1 : Centre d'inertie d'un corps

❖ **Expérience N°1 :**

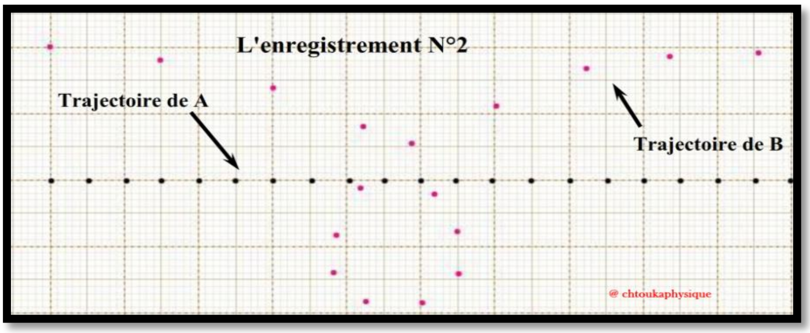
On lance un autoporteur (S) **sans rotation** sur une table à cousin d'air horizontale, et on enregistre le mouvement de deux points A et M . A étant le centre de la base de l'autoporteur et M appartenant à sa périphérique.
On obtient l'enregistrement N°1





❖ **Expérience N°2 :**

On lance l'autoporteur (S) **avec rotation** sur une table à cousin d'air horizontale et on obtient l'enregistrement N°2.



❖ **Exploitation :**

1. Quelle est la nature du mouvement de A et M dans les deux expériences 1 et 2 ?
2. Quels sont les points qui ont le même mouvement que A ?
3. Si nous imaginons que l'autoporteur peut glisser sur la face (JK) sur la table à cousin d'air horizontale , déterminer les points qui ont le mouvement rectiligne uniforme et montrer qu'il existe **un seul point** qui **conserve un mouvement rectiligne uniforme** dans les deux cas
4. Si on suppose maintenant que l'autoporteur peut glisser sur ses différents faces , monter il existe **un seul point** qui **conserve un mouvement rectiligne uniforme**.

❖ **Interprétation :**

1. On remarque que **le mouvement du point M** est **rectiligne uniforme** dans **l'expérience N°1** et **curviligne** dans **l'expérience N°2** . par contre **le point A garde le même mouvement rectiligne uniforme** dans **les deux expériences 1** et **2**
2. Tous les points de l'axe de symétrie (Δ) (l'axe vertical passant par le point A) ont le même mouvement que A (c'est-à-dire mouvement rectiligne uniforme)
3. Si on image que l'autoporteur peut glisser sur la face (JK) sur la table à cousin d'air horizontale , les points de l'axe de symétrie (Δ′) ont un mouvement rectiligne rectiligne uniforme .
   Par conséquent, **le point d'intersection des axes de symétries (Δ) et (Δ)** est **le seul point a un mouvement rectiligne uniforme** dans les deux cas précédents
4. Si on suppose maintenant que l'autoporteur peut glisser sur ses différents faces , on constate il existe **un seul point** qui **conserve un mouvement rectiligne uniforme** quelle que soit la face sur laquelle se déplace autoporteur , c'est **le point d'intersection des axes de symétrie** . Ce point est appelé **centre d'inertie** de l'autoporteur, il est confondu avec **le centre de gravité** de l'autoporteur (s'il est **homogène**)

3. Conclusion

- ✓ Chaque solide a un **point spécial** et **unique** appelé **centre d'inertie** du corps solide et noté **G** qui se distingue aux autres points par **un mouvement spécial.**
- ✓ **Le centre d'inertie** garde toujours **un mouvement rectiligne uniforme** lorsque le solide est **pseudo-isolé .**
- ✓ **Le centre d'inertie est confondu** avec **le centre de gravite** si le solide est **homogène**

II. Principe d'inertie ou première loi de Newton

1. Activité expérimentale 2 : Principe d'inertie

On lance un autoporteur sur une table à coussin d'air horizontale et on enregistre le mouvement du centre d'inertie toutes les 60 ms dans deux cas différentes.
(bien vérifier l'horizontalité de la table avec un niveau).

L'autoporteur lancé avec la soufflerie **Mvt sans frottement**	

Cas 1 : le mouvement se fait sans fortement

L'autoporteur lancé sans la soufflerie **Mvt avec frottement**	

Cas 2 : le mouvement se fait avec fortement

❖ **Exploitation:**

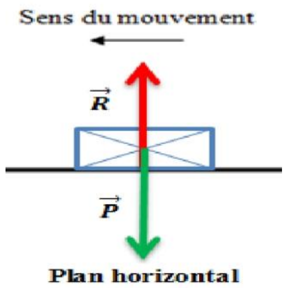
1. Déterminer le système étudié
2. Faire le bilan des forces extérieures appliquées au système. Les représenter.
3. dans chaque cas déterminer la somme vectorielle de ces forces
4. dans quel cas le système (le mobile) est pseudo isolé ? (Dans quel cas les forces se compensent-elles ?)
5. déterminer, dans chaque cas ,la nature du mouvement du centre d'inertie de l'autoporteur.
6. dans quel cas, G le centre d'inertie est en mouvement rectiligne uniforme, Conclure. ce principe est appelé **principe d'inertie.** Enoncer ce principe

❖ **Exploitation :**

1. Le système étudié est {l'autoporteur}
2. Le bilan des forces agissant sur le système:

❖ **1ere cas : mouvement sans frottement**

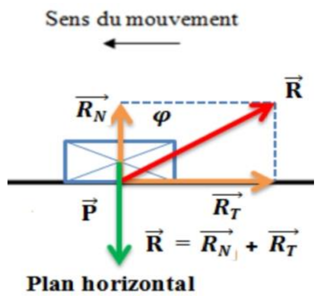
- $\vec{P}$: le poids du système
- $\vec{R}$: La réaction du plan (la force exercée par la table à coussin d'air sur l'autoporteur)



❖ **2ème cas : mouvement avec frottement**

- $\vec{P}$: le poids du système
- $\vec{R}$: La réaction du plan tel que $\vec{R} = \overrightarrow{R_N} + \overrightarrow{R_T} = \overrightarrow{R_N} + \vec{f}$

Avec $\overrightarrow{R_N}$: composante normale (force normale)
$\overrightarrow{R_T} = \vec{f}$: composante tangentielle / force de frottement



3. La somme vectorielle de ces forces :

❖ **1ere cas : mouvement sans frottement**

Les forces $\vec{P}$ et $\vec{R}$ se compensent c'est-à-dire $\vec{P} = -\vec{R}$ alors $\sum\vec{F} = \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

❖ **2ème cas : mouvement avec frottement**

$\sum\vec{F} = \vec{P} + \vec{R} = \vec{P} + \overrightarrow{R_N} + \vec{f}$ alors $\sum\vec{F} = \vec{f}$ car $\vec{P} + \overrightarrow{R_N} = \vec{0}$ (Les forces $\vec{P}$ et $\overrightarrow{R_N}$ se compensent c'est-à-dire $\vec{P} = -\overrightarrow{R_N}$)

4. Le système est **pseudo-isolé** dans le cas 1 , puisque $\sum\vec{F} = \vec{0}$

5. La nature du mouvement du système dans chaque situation :

❖ **Situation N°1 : mouvement sans frottement**

La trajectoire est **une droite**, donc **le mouvement est rectiligne**

Les distances parcourues par le centre d'inertie G à **la même période de temps τ** sont **égales** donc **la vitesse instantanée est constante**

Puisque le centre d'inertie G se déplace selon **une trajectoire rectiligne** avec **une vitesse constante**, le point G est en **mouvement rectiligne uniforme**

❖ **Situation N°2 : mouvement sans frottement**

le mouvement est **rectiligne ralenti**

- ✓ **rectiligne** car les points forment **une droite**
- ✓ **ralenti** car **les distances parcourues diminuent pendant des durées égales**.

6. le centre d'inertie est **en mouvement rectiligne** dans le cas 1 , c'est –à-dire dans les cas où **la somme vectorielles des forces est égale au vecteur nul $\sum\vec{F} = \vec{0}$.** ce principe est appelé **principe d'inertie**

on conclure que dans un référentiel donné, tout corps **pseudo isolé** (soumis à une force résultante nulle $\sum\vec{F}=\vec{0}$) **est en mouvement rectiligne uniforme**

❖ **remarque importante :**

- **Un référentiel** dans lequel **le principe d'inertie est vérifié** est dit **galiléen.**
- **Le principe d'inertie ne s'applique que dans un référentiel Galiléen.**

2. énoncé du principe d'inertie :

Dans **un référentiel galiléen**, lorsqu'un solide est **isolé (ne soumis à aucune force)** ou **pseudo-isolé (soumis à des actions qui se compensent $\sum\vec{F}_{ext} = \vec{0}$)**, et quelque soit le mouvement de ce solide, alors **son centre d'inertie G** soit **au repos**, s'il est initialement immobile : $\vec{V} = \vec{0}$, soit **animé d'un mouvement rectiligne uniforme : $\vec{V} = \overrightarrow{Cte} \neq \vec{0}$ (vecteur constant)**

Réciproquement si un corps est **au repos** ou **en mouvement rectiligne uniforme** alors **il n'est soumis à aucune force (isolé) ou à des forces qui se compensent ($\sum\vec{F}_{ext} = \vec{0}$)**

❖ **écriture mathématique**

$$\sum\vec{F}_i = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{V}_G = \overrightarrow{cte} \quad \begin{cases} \vec{V} = \vec{0} \text{ le centre d'inertie est au repos} \\ \vec{V} = \overrightarrow{Cte} \neq \vec{0} \text{ Le centre d'inertie G est en mvt rectiligne unifrome} \end{cases}$$

❖ **remarque importante:**

- **un repère galiléen** est un repère dans lequel **le principe d'inertie est vérifié**
- **le mouvement global** est le mouvement **du centre d'inertie d'un corps**

III. Centre d'inertie d'un système matériel

1. Relation barycentrique

le centre de masse C d'un système matériel est **le barycentre** de tous les points matériels formant ce système

Considérons **un ensemble des points matériels A_i , de masse m_i . Leur centre d'inertie C est donné par la relation suivante : $m_1\overrightarrow{CA_1} + m_2\overrightarrow{CA_2} + \ldots + m_n\overrightarrow{CA_n} = \vec{0}$ ce qui donne $\sum_{i=1}^{n} m_i\overrightarrow{CA_i} = \vec{0}$**

Or **Le centre d'inertie G est confondu avec le centre masse C** puisque **le système est homogène**

Alors on peut écrire : $m_1\overrightarrow{GA_1} + m_2\overrightarrow{GA_2} + \ldots + m_n\overrightarrow{GA_n} = \vec{0}$ (1) ce qui donne $\sum_{i=1}^{n} m_i\overrightarrow{GA_i} = \vec{0}$

Soit O l'origine du repère d'espace $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$,

D'après **la relation de Chasles** on a $\overrightarrow{GA_i} = \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA_i} = \overrightarrow{OA_i} - \overrightarrow{OG}$; on remplace $\overrightarrow{GA_i}$ par son expression dans la relation (1) , on obtient :

$$m_1(\overrightarrow{OA_1} - \overrightarrow{OG}) + m_2(\overrightarrow{OA_2} - \overrightarrow{OG}) + \ldots + m_1(\overrightarrow{OA_2} - \overrightarrow{OG}) = \vec{0}$$

ce qui donne : $m_1 . \overrightarrow{OA_1} - m_1 . \overrightarrow{OG} + m_2 . \overrightarrow{OA_2} - m_2 . \overrightarrow{OG} + \ldots + m_n . \overrightarrow{OA_2} - m_n . \overrightarrow{OG} = \vec{0}$

soit : $m_1 . \overrightarrow{OA_1} + m_2 . \overrightarrow{OA_2} + \ldots + m_n . \overrightarrow{OA_2} - \overrightarrow{OG}(m_1 + m_2 + \ldots + m_n) = \vec{0}$

alors $\sum_{i=1}^{n} m_i\overrightarrow{CA_i} - \overrightarrow{OG} . \sum_{i=1}^{n} m_i = \vec{0} \rightarrow - \overrightarrow{OG} . \sum_{i=1}^{n} m_i = - \sum_{i=1}^{n} m_i\overrightarrow{OA_i}$

d'où $\overrightarrow{OG} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} m_i\overrightarrow{OA_i}}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$ **: la relation barycentrique**

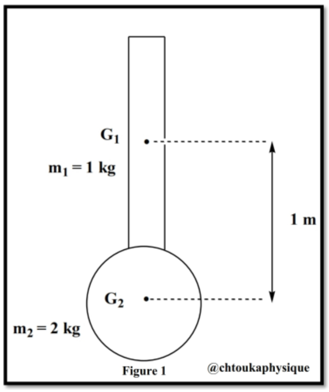
O : point quelconque fixe dans l'espace pour repèrage (origine du repère d'espace)
n : nombre de corps de système
m_i : masse de chaque corps
G_i : centre d'inertie de chaque corps
G : centre d'inertie de système

2. Application

❖ Exercice N°1 :

Le système, ci-contre (figure 1) , est formé d'une barre homogène dont l'épaisseur est constante de masse m_1 et d'une boule de masse m_2. les points G_1 et G_2 sont respectivement les centres de gravités de la barre et de la boule.

1. Où se trouve le centre G par rapport Au point G_1 ou G_2 ?



❖ Exercice N°2 :

Soit le système suivant (voir la figure 2) , de centre d'inertie G, est formé de :

- Un solide (S_1) homogène de masse m_1 son centre d'inertie G_1
- Le Solide (S_2) homogène de masse m_2 , son centre d'inertie G_2
- Une barre homogène de masse m_3 ,de longueur L, son centre d'inertie G_3

1. Donner l'expression de la distance OG en fonction de m_1 , m_2 , m_3 et L
2. Calculer GG_1 , lorsque : $m_2 = m_1$ et $m_3 = 2m_1$ et L = 8 cm