

تطبيقات قانون نيوتن 2 باك ع ف

ثانوية عبد الله الشفشاوني

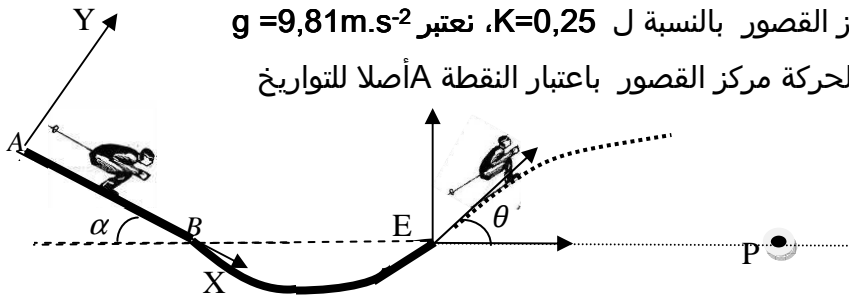
الأستاذ بنساعد

تمرين 1

A. دراسة حركة مركز قصور متزحلق على المنحدر

يمر عند اللحظة $t=0s$ متزحلق ولوازمه كتلتها الكلية $m = 80kg$ بسرعة $V_A = 60km/h$ من موضع يتطابق فيه مركز قصورهما G مع نقطة A توجد على ارتفاع $1km$ من سطح الأرض و بسرعة V_B عندما يتطابق مركز القصور G فيه مع النقطة B ، ثم يستمر في الحركة ليغادر مسار التزلج عند النقطة E .
تم الحركة في المسار المستقيمي AB المائل بزواوية $\alpha = \theta = 30^\circ$ بالنسبة للخط الأفقي باحتكاك معامله $K=0,25$ ، بينما نهمل الاحتكاكات في المسار المنحني BE . نعطي: $AB=200m$

1. أجد القوة المطبقة على المتزحلق خلال المسار AB
2. بين أن تعبير تسارع مركز قصور المتزحلق في المعلم (A, X, Y) يكتب كالتالي: $a=g(\sin\alpha - K.\cos\alpha)$.
3. حدد طبيعة الحركة حسب قيم معامل الاحتكاك K
4. أحسب قيمة تسارع مركز القصور بالنسبة ل $K=0,25$ ، نعتبر $g=9,81m.s^{-2}$
5. حدد المعادلة الزمنية لحركة مركز القصور باعتبار النقطة A أصلا للتواريخ



6. لتكن V_B و V_C سرعة مركز قصور المتزحلق على التوالي عند اللحظتين t_B و t_C بين أن $V_B^2 - V_C^2 = 2a(x_B - x_C)$
7. أحسب سرعة مركز قصور الجسم عند النقطة B
8. احسب شغل القوة \vec{R} المقرونة بتأثير المستوى AB على المتزحلق.
9. أحسب القدرة اللحظية للقوتين \vec{R} و \vec{P} في الموضع B

دراسة حركة المتزحلق في مجال الثقالة

- يغادر المتزحلق مسار التزلج في الموضع E بسرعة V_E عند لحظة نعتها أصلا جديدا للتواريخ ، حيث يصبح المتزحلق و لوازمه في سقوط نعتبره حرا .
1. أوجد عند لحظة t مركبات \vec{V} منجهة سرعة مركز القصور في المعلم (E, \vec{i}, \vec{j}) واستنتج إحداثيات مركز قصور المتزحلق في نفس المعلم (المعادلات الزمنية $\vec{V}(t)$ و $x(t)$ و $y(t)$)
 2. استنتج معادلة مسار مركز قصور المتزحلق في المعلم (E, \vec{i}, \vec{j})
 3. حدد احداثيات قمة F مسار مركز القصور ثم استنتج الارتفاع عن سطح الأرض
 4. استنتج الزاوية θ التي تمكن من الحصول على أعلى قمة.
 5. حدد احداثيات P مدى مركز القصور واستنتج قيمة الزاوية التي تمكن من الحصول على أكبر مدى
 6. يمر مركز قصور المتزحلق من الموضع P عند اللحظة t بسرعة V_p حدد قيمة V_p

تطبيقات قانون نيوتن 2 باك ع ف

ثانوية عبد الله الشغشاوي

الأستاذ بنساعد

تمرين 2

A. دراسة حركة مظلي في الهواء باحتكاك

يهدف من هذا التمرين دراسة مراحل سقوط مظلي في الهواء كتلته مع لوازمه هي $m=80\text{kg}$.

يتم سقوطه عبر ثلاث مراحل لا يتم فتح مظلته سوى في المرحلة الثالثة.

يمثل الشكل 2 تغيرات سرعة مركز القصور بدلالة الزمن

1. صف بإيجاز و باعتمادك مخطط السرعة تغيرات سرعة مركز قصور المظلي ولوازمه خلال المراحل الثلاث.

المرحلة 1 : بداية السقوط : المجال $[0\text{s}; 2\text{s}]$

نعتبر في بداية السقوط (المرحلة الأولى) أن ضغط الهواء جد ضعيف و بالتالي نهمل تأثير الهواء على المظلي.

ينطلق المظلي في بداية هذه المرحلة بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t=0\text{s}$.

1-2. كيف تتغير سرعة مركز قصور المظلي و لوازمه مع الزمن خلال المجال $[0\text{s}; 2\text{s}]$

2-2. أوجد القوى المطبقة على المظلي و لوازمه في المجال $[0\text{s}; 2\text{s}]$ و بين أن قيمة تسارع

مركز قصوره تساوي g

3-2. أوجد في هذا المجال تعبير سرعة مركز القصور بدلالة الزمن ثم استنتج قيمة g

4-2. حدد المسافة التي يقطعها المظلي خلال المجال $[0\text{s}; 2\text{s}]$

المرحلة 2: تأثير الهواء غير مهمل و المظلة غير مفتوحة: $[2\text{s}; 24\text{s}]$

خلال هذه المرحلة المظلي لم يفتح بعد مظلته، إلا أن تأثير الهواء لم يعد مهملا، حيث نقرن تأثيره بقوة شدتها

$f = KV^n$ و منحاهها معاكس لمنحى متجهة السرعة.

1-3. ماذا يمكنك القول عن سرعة مركز قصور المظلي ولوازمه بدلالة الزمن في هذا المجال

2-3. مثل بدون سلم متجهات القوى المطبقة على المظلي في هذه المرحلة

3-3. هل يمكن اعتبار قوة الاحتكاك ثابتة خلال الزمن في هذه المرحلة

4-3. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن حدد العلاقة التي تربط قوة الاحتكاك f و مجال الثقالة g و الكتلة m و

مشتقة السرعة بالنسبة للزمن $\frac{dv}{dt}$ (نهمل دافعة أرخميدس).

5-3. حدد سرعة مركز قصور المظلي الحديدية عند اللحظة 24s و استنتج

تعبير شدة قوة الاحتكاك بدلالة وزن المظلي عند هذه اللحظة.

6-3. حدد من بين الاقتراحين التاليين $f = 11,25.V^2$ و $f = 11,25.V$ تعبير

قوة الاحتكاك المناسب.

المرحلة 3: فتح المظلة

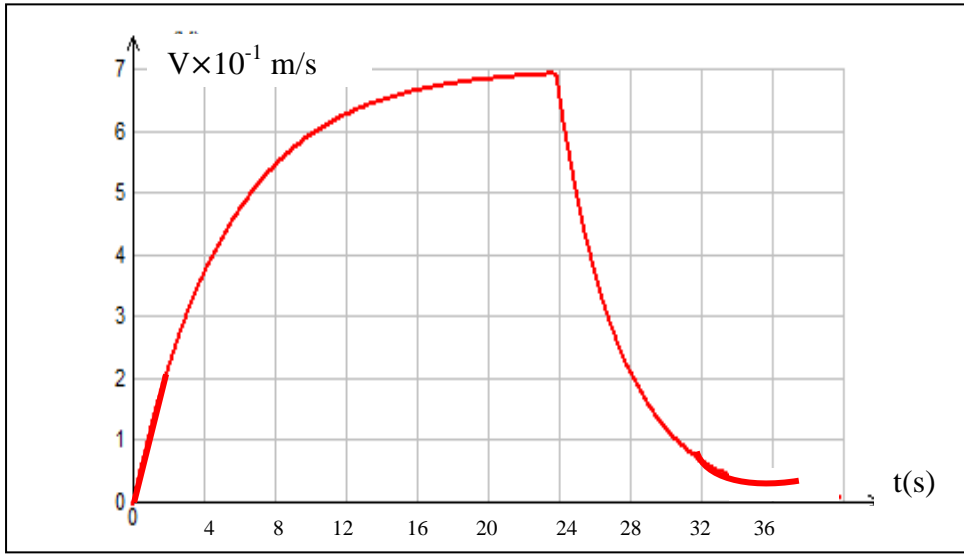
1-4. حدد تاريخ لحظة فتح المظلة

2-4. مثل بدون سلم متجهات القوى المطبقة على المظلي في هذه المرحلة

3-4. أحسب شدة قوة الاحتكاك مع الهواء عند اللحظة 26s

5-4. حدد قيمة سرعة وصول المظلي إلى سطح الأرض





الشكل 2

تطبيقات قانون نيوتن 2 باك ع ف

ثانوية عبد الله الشفشاوني

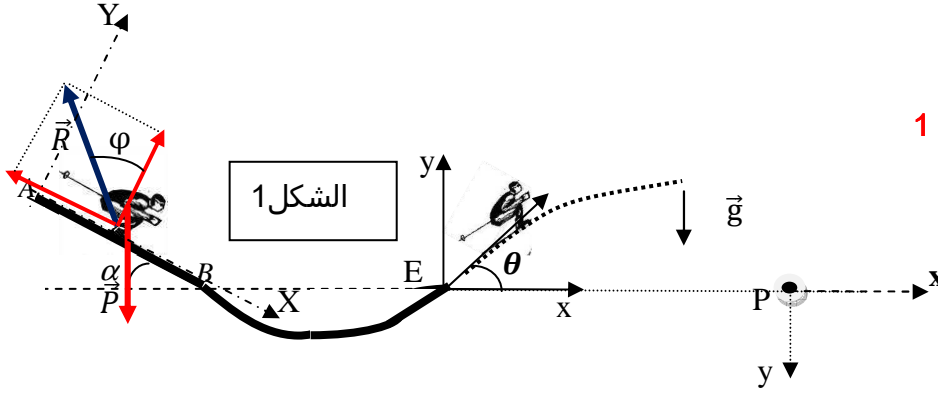
الأستاذ بنساعد

عناصر الإجابة

ملحوظة

$a = a_G$ تسارع مركز قصور الجسم
 $V = V_G$ سرعة مركز قصور الجسم

دراسة حركة مركز قصور متزحلق على المنحدر



1. جرد القوى أنظر الشكل 1

2. تحديد قيمة التسارع a

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن

$$mg \cdot \sin\alpha - R \cdot \sin\phi = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{mg \cdot \sin\alpha - R \cdot \sin\phi}{m}$$

الإسقاط على المحور (OX) 1

$$-mg \cdot \cos\alpha + R \cdot \cos\phi = 0 \Rightarrow R = \frac{mg \cdot \cos\alpha}{\cos\phi}$$

الإسقاط على المحور OY 2

من العلاقة 1 و العلاقة 2 نجد

$$\tan\phi = K \quad \text{مع معامل الاحتكاك} \quad a = \frac{mg \cdot \sin\alpha - K \cdot mg \cdot \cos\alpha}{m} = g(\sin\alpha - K \cos\alpha)$$

3. طبيعة الحركة حسب قيم K

حركة مستقيمة منتظمة اذا كان $a=0$ وهذا يعني أن $K = \tan\alpha = 0,58$

حركة متسارعة بانتظام أي $a > 0$ هذا يوافق $K < \tan\alpha \Rightarrow K < 0,58$

حركة متباطئة بانتظام أي $a < 0$ هذا يوافق $K > \tan\alpha \Rightarrow K > 0,58$

4. قيمة تسارع مركز قصور المتزحلق بالنسبة $K = 0,25$ $a = 2,78 \text{ m/s}^2$

5. المعادلات الزمنية

بما أن الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام إذن: $x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$

عند اللحظة $t=0\text{s}$ مركز قصور المتزحلق منطبق مع أصل المعلم $x_0 = 0$

عند اللحظة $t=0\text{s}$ سرعة مركز قصور المتزحلق V_A اذن $V_A = V_0$

و منه $x = \frac{1}{2}at^2 + V_A t = 1,39t^2 + 16,67t$ (m)

تطبيقات قانون نيوتن 2 باك ع ف

ثانوية عبد الله الشغشاوي

الأستاذ بنساعد

$$6. \text{ لنبين العلاقة التالية } V_B^2 - V_C^2 = 2a(x_B - x_C)$$

المعادلة الزمنية التي يحققها الأفضول عند الموضعين C و B

المعادلات الزمنية التي تحققها سرعة مركز قصور المتزلق في الموضعين C و B

$$x_C = \frac{1}{2}a \cdot t_C^2 + V_A \cdot t_C \quad 1$$

$$x_B = \frac{1}{2}a \cdot t_B^2 + V_A \cdot t_B \quad 2$$

$$\begin{cases} t_C = \frac{V_C - V_A}{a} \\ t_B = \frac{V_B - V_A}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V_C = a \cdot t_C + V_A \\ V_B = a \cdot t_B + V_A \end{cases}$$

بتعويض t_C و t_B في المعادلة $x_B - x_C = \frac{1}{2}a(t_B^2 - t_C^2) + V_A(t_B - t_C)$ نجد:

$$V_B^2 - V_C^2 = 2a(x_B - x_C)$$

7. قيمة السرعة عند الموضع B

$$V_B = 37,28 \text{ m/s} \quad \text{ت ع} \quad V_B = \sqrt{2a(x_B - x_A) + V_A^2}$$

شغل القوة \vec{R} $W(\vec{R}) = \vec{R} \cdot \vec{AB} = -\frac{mg \cdot \cos \alpha}{\cos \phi} \cdot AB \sin \phi$ من خلال قيمة $R = \frac{mg \cdot \cos \alpha}{\cos \phi}$ نجد

$$W(\vec{R}) = -33983 \text{ J} < 0 \quad \text{شغل مقاوم} \quad \text{ت ع} \quad W(\vec{R}) = -mg \cdot AB \cdot K \cdot \cos \alpha$$

8. القدرة اللحظية

$$\begin{aligned} \text{القدرة اللحظية للقوة } \vec{R} & \quad p(\vec{R}) = \vec{R} \cdot \vec{V}_B = -R \cdot V_B \sin \phi = -mg \cdot V_B K \cdot \cos \alpha \quad \text{ت ع} \quad p(\vec{R}) = -6334 \text{ W} \\ \text{القدرة اللحظية للقوة } \vec{P} & \quad p(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{V}_B = mg \cdot V_B \sin \alpha \quad \text{ت ع} \quad p(\vec{P}) = 14629 \text{ W} \end{aligned}$$

B. دراسة حركة المتزلق في مجال الثقالة

1. المعادلات الزمنية التي يحققها $x(t)$ و $y(t)$ والتي تحققها احداثيات متجهة سرعة مركز القصور V_x و V_y (E, \vec{i}, \vec{j})

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$ المتزلق في سقوط حريخضع لوزنه فقط $\vec{P} = m\vec{a}$

الإسقاط على المحور ($E; \vec{i}$) نجد $a_x = 0$

الإسقاط على المحور ($E; \vec{j}$) نجد $a_y = -g$

المعادلة الزمنية التي يحققها الأرتوب $y(t)$ و السرعة V_y

$$\begin{cases} y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_{Ey} \cdot t + Y_{0E} \\ V_y = -gt + V_{Ey} \end{cases}$$

المعادلة الزمنية التي يحققها الأفضول $x(t)$ و السرعة V_x

تطبيقات قانون نيوتن 2 باك ع ف

الأستاذ بنساعد

ثانوية عبد الله الشغشاوي

$$\begin{cases} x(t) = V_{Ey} \cdot t + X_{0E} \\ V_x = V_{Ex} \end{cases}$$

بالاعتماد على الشروط البدئية نحدد V_{yE} و V_{xE} و Y_{0E} و X_{0E} عند اللحظة $t=0s$ مركز قصور المتزحلق منطبق مع E ادن: $X_{0E} = 0$ و $Y_{0E} = 0$

عند اللحظة $t=0s$ $V_{xE} = V_E \cos\theta$ و $V_{yE} = V_E \sin\theta$

احداثيات متجهة سرعة مركز قصور المتزحلق في المعلم (E, \vec{i}, \vec{j})

$$\begin{cases} V_x = V_E \cos\theta = \text{ثابتة} & \text{و } V_E = 35,02m/s \\ V_y = -gt + V_E \sin\theta \end{cases}$$

احداثيات مركز قصور المتزحلق في المعلم (E, \vec{i}, \vec{j})

$$\begin{cases} x(t) = V_E \cos\theta \cdot t & 1 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_E \cos\theta \cdot t & 2 \end{cases}$$

2. معادلة المسار

نحصل على معادلة المسار بإقصاء الزمن بين المعادلتين الزميتين 1 و 2 حيث $t = \frac{x}{V_E \cos\theta}$

$$y = \frac{-g}{2V_E^2 \cos^2\theta} x^2 + \tan\theta \cdot x$$

3. احداثيات قمة المسار F

$$\begin{cases} y_F = \frac{V_E^2 \sin^2\theta}{2g} = 17,71m \\ x_F = \frac{V_E^2 \sin 2\theta}{2g} = 61,35m \end{cases} \quad \text{لتحديد احداثيات القمة نحل المعادلة} \quad \frac{dy}{dx} = 0 \quad \text{نجد}$$

ملحوظة: بما أن الاحتكاكات مهمة في المسار BE و بما أن النقطتين B و E توجدان على نفس الارتفاع من سطح الأرض، فإننا عند تطبيق مبرهنة انحفاظ الطاقة الميكانيكية أو مبرهنة الطاقة الحركية سنجد أن $V_B = V_E$

الارتفاع عن سطح الأرض هو:

$$H = (1km - AB \sin\alpha) + y_F = 1000 - 100 + 17,71 = 917,71m$$

4. نحصل على أعلى قمة في حالة $\theta = \frac{\pi}{2}$ أي حالة إرسال القذيفة نحو الأعلى

5. احداثيات المدى P

عند سقوط القذيفة في النقطة P يكون $y_P = 0$ ادن نحل المعادلة التالية

$$\begin{cases} x_P = \frac{V_E^2 \sin 2\theta}{g} = 122,7m \\ y_P = 0 \end{cases} \quad \text{ومنه نجد} \quad \frac{-g}{2V_E^2 \cos^2\theta} x_P^2 + x_P \cdot \tan\theta = 0$$

نحصل على أبعد مدى عندما تكون $\theta = \frac{\pi}{4}$

6. سرعة مركز قصور المتزحلق عندما يمر من النقطة P نعلم $V_P = \sqrt{V_{xP}^2 + V_{yP}^2}$

الاحتكاكات على المدار (BE) مهمة ادن: $V_B = V_E = 37,28m/s$ تبقى ثابتة السرعة على

المحور (Ox) تبقى ثابتة ومنه $V_{xP} = V_E \cos\theta = 32,29m/s$

تطبيقات قانون نيوتن 2 باك ع ف

الأستاذ بنساعد

ثانوية عبد الله الشغشاوي

لنحدد السرعة V_{yP}^2 نحدد أولا زمن وصول المتزحلق إلى النقطة P لدينا $t = \frac{x_P}{V_E \cos \theta} = 3,8s$ منه

$$V_y = -gt + V_E \sin \theta = -18,64(m/s) \quad \text{فان:}$$

$$V_{yP} = -g \frac{x_P}{V_E \cos \theta} + V_E \sin \theta = -18,64(m/s)$$

$$V_P = 37,28m/s \quad \text{ت ع}$$

دراسة حركة المتزحلق (المظلي) في الهواء باحتكاك

وصف مخطط السرعة

من خلال مخطط السرعة $V = f(t)$ الشكل 2 يمكن أن نقسم حركة مركز القصور إلى ثلاثة أطوار $0 \leq t \leq 2s$ تزداد سرعة المظلي وفق دالة خطية $2 \leq t \leq 24s$ تزداد سرعة المظلي ببطء بشكل أسي حتى تصل إلى القيمة القصوية

$24 \leq t \leq 34s$ تنقص سرعة المظلي بسرعة حتى تستقر في القيمة $3m/s$
مرحلة 1 : بداية السقوط : المجال $[0s; 2s]$

1-2. خلال المجال $0 \leq t \leq 2s$ سرعة مركز القصور تحقق العلاقة
دالة خطية و α معاملها الموجه $V_G = \alpha t$

2-2. خلال هذا المجال يخضع المظلي إلى وزنه فقط اذن فهو في سقوط حر
حسب القانون الثاني لنيوتن $\vec{P} = m\vec{g}$ ومنه فان $g = a$

3-2. نحدد قيمة α في المجال $0 \leq t \leq 2s$ نجد : $\alpha \approx 10m/s^2$ اذن $V = 10t$
نعلم أن $a = \frac{dV_G}{dt} = 10m/s^2$ ومنه نستنتج أن $g = a$

4-2. المعادلة الزمنية التي يحققها $y(t) = \frac{1}{2}gt^2$

خلال المدة الزمنية $t=2s$ يقطع المظلي المسافة (نعوض t في المعادلة الزمنية فنجد)

$$y(t = 2s) = \frac{1}{2}gt^2 = 20m$$

مرحلة 2 تأثير الهواء غير مهمل و المظلة غير مفتوحة: $[2s; 24s]$

3-1. نلاحظ من خلال مخطط السرعة أن سرعة المظلي تتغير بشكل غير منتظم اذن $a \neq cte$ (حركة متسارعة).

3-2. من خلال تغيرات $V = f(t)$ يمكن أن نستنتج أن المظلي يخضع بالإضافة إلى وزنه لقوة إضافية رأسية تبطئ حركته قوة الاحتكاك بالهواء أنظر الشكل جانبه

3-3. بما أن قوة الاحتكاك تتمذج بالعلاقة التالية $f = kV_G^n$

اذن قوة الاحتكاك غير ثابتة لأنها تتعلق بالسرعة
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد:

$$\vec{f} + \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow mg - f = m \frac{dV}{dt} \Rightarrow f = m(g - \frac{dV}{dt}) \quad **$$

3-4. من خلال تغيرات $V = f(t)$ عند اللحظة $t = 24s$ نجد:

$$V_{Gl} = 70m/s$$

3-5. عند اللحظة $t = 24s$ تكون السرعة قصوية أي $(\frac{dV}{dt})_{t=24s} = 0$



تطبيقات قانون نيوتن 2 باك ع ف

ثانوية عبد الله الشغشاوي

الأستاذ بنساعد

من خلال العلاقة ** نجد $f = mg = 800N$

3-6. نمذجة القوة

الحالة 1 نعتبر $f = 11,25.V^2 = 55125N$ هذا يعني أن $f \gg P$

الحالة 1 نعتبر $f = 11,25V = 787,5N$ هذا يعني أن $f \approx P$

ادن النموذج الأفضل هو الذي تكون فيه قيمتي شديتي الوزن و قوة الاحتكاك متقاربتين أكثر عندما تصل السرعة إلى قيمتها الحدية (بإهمال دافعة أرخميدس) و منه فإن النموذج الأنسب هو $f = 11,25V_G$

مرحلة 3: فتح المظلة

4-1. السرعة تتناقص ابتداء من اللحظة 24s اذن فتح المظلة تم عند اللحظة 24s

4-2. القوى المطبقة على المظلي أنظر الشكل

4-3. المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة مركز القصور

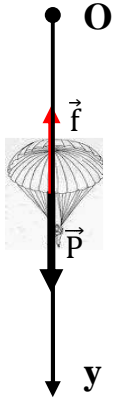
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$$

$$\vec{f} + \vec{P} = m\vec{a}$$

الإسقاط على المحور Oy

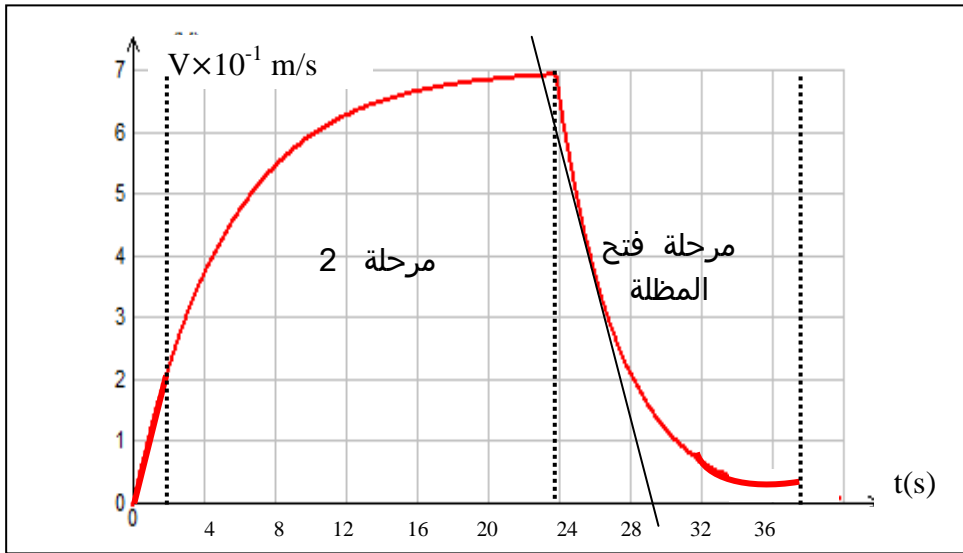
$$mg - f = m \frac{dv}{dt} \Rightarrow f = m(g - \frac{dv}{dt})$$



نحدد التسارع اللحظي لمركز قصور المظلي بتعين المعامل الموجه لماس المنحنى $V = f(t)$ عند اللحظة

$t=26s$ انظر منحنى نجد $(\frac{dv}{dt})_{26s} = -12m/s^2$ ومنه $f = 1760N$

4-4. من خلال المنحنى نلاحظ أن المظلي يصل بسرعة $V_G \approx 3m/s$



صلاح الدين بنساعد 2011